



Essais de traceur en écoulement rectiligne uniforme

Anthony Delbar & Robert P. Chapuis

Département de génie minéral – Polytechnique Montréal, Montréal, Québec, Canada

ABSTRACT

New equations were developed for the velocity field and the propagation of the front of the tracer plume when a push-pull tracer test is performed. These new equations take into account the distortion of the velocity field, which is initially straight and uniform, by the presence of the well in which the tracer test is performed. These new equations were then validated with numerical simulations, and it was shown that when particular conditions are respected, the gain in precision is important.

RÉSUMÉ

De nouvelles équations ont été développées pour le champ de vitesse et l'avancée du front d'un panache d'injection dans le cadre d'un essai de traceur de type injection-retrait. Ces nouvelles équations prennent en compte la déformation du champ de vitesse initialement rectiligne uniforme par la présence du puits dans lequel est réalisé l'essai. Ces nouvelles équations ont ensuite été validées par simulations numériques, avec un gain en précision non négligeable lorsque certaines conditions sont respectées.

1 INTRODUCTION

Un essai de traceur consiste en l'injection d'un soluté dans un puits d'observation, puis en l'observation de la manière dont il se déplace dans le sol. Les essais de traceur sont très utiles dans la caractérisation d'un sol car ils peuvent, entre autres, permettre de déterminer la porosité effective, la vitesse d'écoulement régionale ou les dispersivités longitudinale et transversale pour les traceurs non réactifs, ou encore les coefficients de retard et de partition pour les traceurs réactifs.

Les essais de traceur se distinguent en deux grandes catégories. Les essais en écoulement convergent ou divergent sont des essais où le puits d'observation diffère du puits d'injection. D'autres essais, parmi lesquels figurent les essais de type injection-retrait, ont pour puits d'observation le puits dans lequel a été effectué l'injection. Les essais d'injection-retrait consistent en une phase d'injection suivie d'une phase de dérive facultative, puis d'un pompage effectué dans le puits d'injection. La courbe temporelle de la concentration en traceur de l'eau pompée est ensuite analysée. Pour relier les courbes obtenues aux paramètres recherchés, il existe des modèles numériques basés sur l'équation de transport qui effectuent un ajustement des paramètres pour trouver les courbes théoriques les plus proches possibles des courbes expérimentales (Bélisle, 2013).

L'interprétation des courbes des essais de traceur est un sujet de recherche relativement jeune et la complexité du problème mène les chercheurs à faire des

approximations de la réalité qui sont régulièrement remises en question. Paradis et al. (2018) ont complexifié l'équation de Hall et al. (1991) qui calcule la porosité effective d'un aquifère à partir d'un essai d'injection-retrait. La complexification vient de la prise en compte du transport dans la phase d'injection, phénomène négligé lors de la conception des anciennes équations et dont les résultats ont prouvé qu'il existait des cas pour lesquels cette approximation engendrait des erreurs importantes. Wang et Zhan (2019) ont proposé une nouvelle formule analytique prenant en compte l'emménagement du puits et le fait qu'au début de l'injection, le traceur injecté se dilue dans l'eau initialement présente dans le puits. Récemment, d'autres études ont été faites pour déterminer le temps de dérive et le débit de pompage optimaux pour l'interprétation des données (Kuo et al., 2018, Kim et al., 2019). En effet, la durée de la phase de dérive influence la forme de la courbe de récupération du traceur tandis qu'un débit de pompage trop faible peut mener à une mauvaise estimation de la position du centre de masse du panache de traceur car celui-ci n'est alors pas récupéré en intégralité.

Bear et Jacobs (1965) ont développé une méthode permettant de calculer la forme d'un panache de traceur purement advectif lors d'une injection dans un aquifère dont l'écoulement régional est rectiligne uniforme. Supposant l'injection ponctuelle à l'origine du plan (x, y), ils trouvent le champ de vitesse suivant :

$$v_x(x, y) = \frac{q_0}{n_e} + \frac{Q_i x}{2\pi n_e (x^2 + y^2)} \quad [1]$$

$$v_y(x, y) = \frac{Q_i y}{2\pi n_e (x^2 + y^2)} \quad [2]$$

Dans ces équations, q_0 est la vitesse de Darcy de l'écoulement régional, Q_i est le débit d'injection par unité d'épaisseur d'aquifère et n_e est la porosité effective de l'aquifère. Les auteurs intègrent alors ce champ de vitesse pour trouver la forme du panache à un instant t (en s) après le début de l'injection, en supposant que le liquide injecté et celui circulant initialement dans l'aquifère ne se mélangent pas. Avec les paramètres adimensionnels $\bar{x} = \frac{2\pi q_0}{Q_i} x$, $\bar{y} = \frac{2\pi q_0}{Q_i} y$, et $\bar{t} = \frac{2\pi q_0^2}{n_e Q_i} t$, la forme du panache de traceur a pour équation :

$$e^{-\bar{x}} \left(\cos(\bar{y}) + \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \sin(\bar{y}) \right) = e^{-\bar{t}} \quad [3]$$

Cette équation prise en $y = 0$ donne l'équation de l'avancée du front de panache dans le temps, c'est-à-dire la position en aval du point d'injection de la particule injectée la plus éloignée de ce point :

$$\bar{t} = \bar{x} - \ln(1 + \bar{x}) \quad [4]$$

Ces équations de Bear et Jacobs (1965) sont utilisées dans de nombreux pays pour les essais de traceurs dits convergents vers un puits de pompage. Elles ont aussi été utilisées pour des essais de traceurs de type injection-retrait. Cependant pour ce dernier type d'essai elles ne sont vraiment pas appropriées parce qu'elles ne tiennent pas compte de la déformation du champ de vitesse par la présence du puits dans lequel on injecte le traceur. Les pertes de charge à l'intérieur de la crépine sont en effet négligeables devant celles de l'aquifère, et les lignes d'écoulement vont être déformées au voisinage du puits, tel qu'observé dans les simulations numériques de Houben et al. (2011). Le massif filtrant entourant le piézomètre a également un effet non négligeable sur les interprétations des essais d'injection-retrait (Li et al., 2019). En effet, en fonction de la conductivité hydraulique de celui-ci, le massif filtrant aura tendance à éloigner plus rapidement le traceur du puits, ou au contraire à le garder à proximité de celui-ci, venant ainsi influencer la forme de la courbe de percée du traceur lors de la phase de retrait.

La déformation du champ de vitesse lors de l'injection d'un traceur dans un puits n'a à ce jour pas été traitée de manière analytique. En effet, dans certains cas les équations 1 à 4 sont une approximation suffisante de la réalité, et dans les autres cas certaines études tentent de corriger les résultats de manière expérimentale en calibrant des facteurs de correction.

Cet article propose de nouvelles équations pour le champ de vitesse et pour l'avancée du front de pompage dans le temps. Seule l'influence de l'intérieur de la crépine est prise en compte, les effets des fentes du tubage et du massif filtrant sont négligés dans cette étude. Ces nouvelles équations sont ensuite testées par simulations numériques, et les résultats sont comparés à ceux obtenus avec les équations 1 à 4. L'objectif est ici de montrer qu'il

existe des cas pour lesquels les équations 1 à 4 sont une mauvaise approximation de la réalité et qu'il est possible de réduire l'erreur engendrée en développant de nouvelles équations.

2 NOUVELLE SOLUTION ANALYTIQUE

L'aquifère horizontal est considéré infini dans le plan (x, y) , d'épaisseur b (en m), de conductivité hydraulique K (en m/s) uniforme et isotrope et de porosité effective n_e . L'écoulement régional à l'infini est rectiligne uniforme de vitesse de Darcy q_0 (en m/s) et s'écoule dans le sens des x croissants. L'intérieur du puits est un cylindre de rayon a (en m) traversant tout l'aquifère et de conductivité hydraulique infinie. Le puits est centré à l'origine du repère (O, x, y) . Le traceur est injecté au centre du puits, selon un débit par unité d'épaisseur d'aquifère Q_i (en $m^3/s/m$).

2.1 Champ de vitesse

D'après Wheatcraft et Winterberg (1985), le potentiel complexe d'un flux régional rectiligne uniforme déformé par un cylindre de conductivité hydraulique infinie s'écrit :

$$f_1(z) = -q_0 \left(z - \frac{a^2}{z} \right) \quad [5]$$

Dans cette équation, $z = x + i y$ est la coordonnée complexe d'un point dans le plan. Le potentiel complexe d'un écoulement radial avec source ponctuelle à l'origine du repère s'écrit :

$$f_2(z) = -\frac{Q_i}{2\pi} \ln(z) \quad [6]$$

Par principe de superposition, le potentiel complexe d'un aquifère d'écoulement régional rectiligne uniforme avec injection dans un puits centré à l'origine s'obtient en faisant la somme de f_1 et f_2 :

$$f(z) = -q_0 \left(z - \frac{a^2}{z} \right) - \frac{Q_i}{2\pi} \ln(z) \quad [7]$$

La partie réelle du potentiel complexe est le potentiel des vitesses tandis que la partie imaginaire correspond à la fonction de courant. Le champ de vitesse est obtenu à partir des dérivées partielles du potentiel des vitesses comme suit :

$$v_x(x, y) = -\frac{1}{n_e} \frac{\partial \text{Re}(f)}{\partial x} = \frac{q_0}{n_e} \left[1 + \frac{a^2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right] + \frac{Q_i x}{2\pi n_e (x^2 + y^2)} \quad [8]$$

$$v_y(x, y) = -\frac{1}{n_e} \frac{\partial \text{Re}(f)}{\partial y} = \frac{2q_0 a^2}{n_e} \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{Q_i y}{2\pi n_e (x^2 + y^2)} \quad [9]$$

Ces formules, si elles sont comparées aux équations 1 et 2, mettent en évidence plusieurs éléments importants. En effet, les équations 8 et 9 se voient attribuer un terme en a^2 en plus. Elles diffèrent donc fortement des équations 1 et 2 lorsque le rayon du puits a est grand. Le terme en a^2 apparaît dans la partie du champ de vitesse multipliée par q_0 , tandis que le terme en Q_i reste inchangé. La différence entre les nouvelles équations et les anciennes est donc

d'autant plus marquée que le rapport q_0/Q_i est grand. Enfin, le terme en a^2 tend vers 0 lorsque x ou y tend vers l'infini donc la différence entre les équations 1 et 2 et les équations 8 et 9 est d'autant plus marquée que l'on reste proche du puits d'injection.

2.2 Avancée du front de panache dans le temps

Une particule est supposée partir de l'origine du repère à l'instant $t = 0$ s correspondant au début de l'injection. D'après Wheatcraft et Winterberg (1985), sans injection et à l'intérieur du puits l'écoulement est rectiligne uniforme parallèle à l'écoulement régional, avec une vitesse de Darcy de $2q_0$. Pour trouver l'instant t_a auquel le front d'injection atteint l'abscisse $x = a$, l'équation 4 est utilisée en remplaçant q_0 par $2q_0$:

$$t_a = \frac{n_e a}{2q_0} - \frac{n_e Q_i}{8\pi q_0^2} \ln \left(1 + \frac{4\pi q_0}{Q_i} a \right) \quad [10]$$

En dehors du puits, le champ de vitesse le long de l'axe des abscisses a une composante nulle selon l'axe des y et sa composante selon l'axe des x vaut :

$$v_x(x, y = 0) = \frac{q_0}{n_e} \left(1 + \frac{a^2}{x^2} \right) + \frac{Q_i}{2\pi n_e x} \quad [11]$$

Une particule située sur l'axe des x se déplace donc le long de cet axe et comme $v_x = dx/dt$, l'équation 11 s'intègre entre t_a et $t > t_a$ pour avoir la position du front de panache une fois que celui-ci est sorti du puits. En réarrangeant les termes, cette intégration s'écrit :

$$x - a - \int_a^x \left(\frac{a^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} u}{u^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} u + a^2} \right) du = \frac{q_0}{n_e} (t - t_a) \quad [12]$$

L'intégrale de la fraction rationnelle qu'il reste à calculer prend trois formes en fonction de la valeur du discriminant du dénominateur, noté Δ et valant :

$$\Delta = \left(\frac{Q_i}{2\pi q_0} \right)^2 - 4a^2 \quad [13]$$

Selon la valeur de Δ , la fraction rationnelle à intégrer se décompose en éléments simples de trois façons différentes, menant à trois formes différentes de la forme intégrée. Il est intéressant de noter que Δ compare la vitesse de sortie du puits en considérant l'injection seule, et la vitesse dans le puits sans injection. Un Δ positif signifie que la vitesse de sortie du puits due à l'injection est supérieure à la vitesse dans le puits au repos, et un Δ négatif signifie le contraire.

2.2.1 Premier cas : discriminant positif

Lorsque $\Delta > 0$, le polynôme au dénominateur de la fraction rationnelle à intégrer possède deux racines réelles :

$$r_1 = -\frac{Q_i}{4\pi q_0} - \sqrt{\left(\frac{Q_i}{4\pi q_0} \right)^2 - a^2} \quad [14]$$

$$r_2 = -\frac{Q_i}{4\pi q_0} + \sqrt{\left(\frac{Q_i}{4\pi q_0} \right)^2 - a^2} \quad [15]$$

Pour alléger l'écriture, les paramètres $A = \frac{a^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} r_1}{r_1 - r_2}$ et

$B = \frac{a^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} r_2}{r_2 - r_1}$ sont introduits. L'équation 12 prend alors la forme :

$$t = t_a + \frac{n_e}{q_0} \left[x - a - A \ln \left| \frac{x-r_1}{a-r_1} \right| - B \ln \left| \frac{x-r_2}{a-r_2} \right| \right] \quad [16]$$

2.2.2 Deuxième cas : discriminant nul

Lorsque $\Delta = 0$, la fraction rationnelle à intégrer a son dénominateur qui possède une racine double $r_0 = -\frac{Q_i}{4\pi q_0}$. En allégeant l'écriture avec l'introduction des paramètres adimensionnels $\bar{x} = \frac{4\pi q_0}{Q_i} x$, $\bar{a} = \frac{4\pi q_0}{Q_i} a$ et $\bar{t} = \frac{4\pi q_0^2}{n_e Q_i} t$, l'équation 12 se met alors sous la forme :

$$\bar{t} = \bar{t}_a + \bar{x} - \bar{a} - 2 \ln \left| \frac{\bar{x}+1}{\bar{a}+1} \right| + \frac{1}{\bar{a}+1} - \frac{1}{\bar{x}+1} \quad [17]$$

2.2.3 Troisième cas : discriminant négatif

Dans le cas où $\Delta < 0$, le dénominateur de la fraction rationnelle à intégrer ne possède pas de racine réelle. Pour alléger les équations qui suivent, les paramètres $p = \frac{Q_i}{2\pi q_0}$

et $r = \sqrt{a^2 - \left(\frac{Q_i}{4\pi q_0} \right)^2}$ sont introduits. Dans l'intégrale de l'équation 12, le changement de variable $u + \frac{p}{2} = rv$ suivi d'une redistribution des termes donne :

$$\int_a^x \left(\frac{a^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} u}{u^2 + \frac{Q_i}{2\pi q_0} u + a^2} \right) du = \frac{p}{2} \int_{\frac{1}{r}(a+\frac{p}{2})}^{\frac{1}{r}(x+\frac{p}{2})} \frac{2v}{v^2+1} dv + \frac{a^2 - \frac{p^2}{2}}{r} \int_{\frac{1}{r}(a+\frac{p}{2})}^{\frac{1}{r}(x+\frac{p}{2})} \frac{1}{v^2+1} dv \quad [18]$$

L'équation 12 prend alors la forme suivante :

$$t = t_a + \frac{n_e}{q_0} \left[x - a - \frac{p}{2} \ln \left(\frac{\left(\frac{x+\frac{p}{2}}{a+\frac{p}{2}} \right)^2 + 1}{\left(\frac{a+\frac{p}{2}}{a+\frac{p}{2}} \right)^2 + 1} \right) + \frac{\frac{p^2}{2} - a^2}{r} \arctan \left(\frac{r(x-a)}{r^2 + \left(\frac{x+\frac{p}{2}}{a+\frac{p}{2}} \right) \left(\frac{a+\frac{p}{2}}{a+\frac{p}{2}} \right)} \right) \right] \quad [19]$$

2.3 Cas du pompage

Le front de pompage à un instant t correspond à la position initiale (au début du pompage), sur l'axe des x , de la dernière particule à avoir atteint l'origine du repère, et donc à avoir été pompée hors du système. Cela signifie que toutes les particules qui se situaient avant le front de pompage au début du pompage, ont atteint l'origine du repère et ont été pompées hors du système. Le débit de pompage par unité d'épaisseur d'aquifère est noté Q_p (en $m^3/s/m$). Le temps que met le front de pompage pour atteindre l'abscisse $x = a$ est noté t_a . Comme dans le cas de l'injection, à l'intérieur du puits l'écoulement sans injection ni pompage est rectiligne uniforme, de vitesse de

Darcy $2q_0$, et t_a se calcule avec l'équation 10 en remplaçant Q_i par Q_p et a par $-a$ (Bear et Jacobs, 1965).

Dans le cas du pompage, le champ de vitesse à l'extérieur du puits est le même que celui décrit par les équations 8 et 9, en remplaçant Q_i par $-Q_p$. L'équation 12 donnant la forme générale de l'avancée du front d'injection est alors changée de la manière suivante dans le cas du pompage, l'intégration se faisant ici entre la position initiale $x > a$ de la particule et son arrivée au centre du puits :

$$a - x - \int_{-a}^{-x} \left(\frac{a^2 + \frac{Q_p}{2\pi q_0} u}{u^2 + \frac{Q_p}{2\pi q_0} u + a^2} \right) du = \frac{q_0}{n_e} (t - t_{-a}) \quad [20]$$

L'équation 20 est la même que l'équation 12, en remplaçant Q_i par Q_p , x par $-x$ et a par $-a$. Les équations finales 16, 17 et 19 s'appliquent donc également dans le cas du pompage en effectuant ces mêmes changements.

3 VALIDATION DES EQUATIONS PAR SIMULATIONS NUMERIQUES

Les nouvelles équations ont été testées en étant comparées à l'équation 4 et aux résultats de simulations numériques. Les logiciels de simulation utilisés sont Seep/W pour les simulations d'écoulement, et Ctran/W pour le traçage de particules, tous deux de la gamme GeoStudio 2007.

3.1 Description du modèle numérique

Le modèle numérique utilisé est plan, saturé et l'aquifère est représenté par un carré centré à l'origine du repère (x , y) de côtés de longueur 60 m. L'intérieur du puits est représenté par un cercle centré à l'origine du repère et de rayon $a = 0,1$ m. Au centre du puits, un tuyau d'injection est représenté par un cercle de rayon 0,01 m. Ce modèle numérique est illustré en Figure 1. L'intérieur du tuyau d'injection y figure en violet, l'intérieur du puits en bleu turquoise et le reste de l'aquifère en jaune.

Le maillage utilisé pour ce modèle numérique est constitué d'éléments triangulaires et leur taille est réduite au fur et à mesure que l'origine du repère est approchée. Les plus petits éléments se situent par conséquent dans le tuyau d'injection. L'aquifère a une porosité effective de 0,33 et sa conductivité hydraulique est variable selon la simulation effectuée. En effet, le gradient à l'infini est fixé à 0,005 et changer la valeur de la conductivité hydraulique sert à changer la vitesse régionale q_0 de l'aquifère. Pour les simulations effectuées, la conductivité hydraulique de l'aquifère varie de $2 \cdot 10^{-7}$ m/s à $2 \cdot 10^{-1}$ m/s. L'intérieur du puits a une porosité effective de 1 et une conductivité hydraulique de 100 m/s. Ainsi, la conductivité hydraulique du puits peut être considérée infinie devant la conductivité hydraulique de l'aquifère. Enfin, l'intérieur du tuyau d'injection a une porosité effective de 1 et une conductivité hydraulique de 200 m/s. Cette valeur est plus élevée que celle de l'intérieur du puits afin que les particules injectées passent rapidement du tuyau d'injection au puits lors des phases d'injection et de pompage.

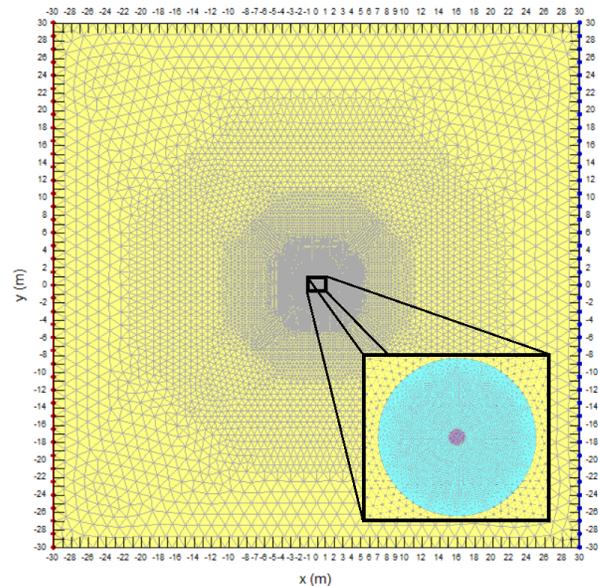


Figure 1. Modèle numérique utilisé avec agrandissement autour du puits.

3.2 Simulations effectuées

Les simulations d'essais d'injection-retrait se déroulent en trois étapes. La première étape est le calcul de l'état initial, lorsque rien ne se passe dans le puits (pas d'injection ni de pompage). C'est un calcul en régime permanent décrivant comment l'écoulement régional rectiligne uniforme est déformé par la présence du puits au repos. La deuxième étape est la phase d'injection de l'essai d'injection-retrait. Le calcul se fait en régime transitoire bien que le régime permanent soit rapidement atteint puisque l'aquifère à l'étude est saturé. Enfin, la troisième étape est la phase de pompage, survenant immédiatement après la phase d'injection et calculée également en régime transitoire. Pour les étapes 2 et 3 de la simulation, l'injection et le pompage se font en un point situé à l'origine du repère, et donc au centre du puits et du tuyau d'injection.

La durée de la phase d'injection est calculée avec l'équation 4 pour que, selon cette équation, le front d'injection atteigne l'abscisse $x = 0,5$ m. Lors de la phase de pompage, pour assurer le retrait de toutes les particules injectées en un temps de calcul raisonnable, le débit de pompage Q_p est calculé de manière à ce que le front de fin d'injection ($x = 0,5$ m) corresponde à 60% de la distance entre le centre du puits et le point de stagnation ($v_x = v_y = 0$ m/s). Ce choix mène donc à $Q_p = \frac{5}{3} \pi q_0$. La durée de la phase de pompage est alors choisie un peu plus élevée que celle calculée avec l'équation 4 pour que le front de pompage atteigne l'abscisse $x = 0,5$ m. Ainsi, il est assuré que tout le panache ait été pompé à la fin de la simulation.

Les étapes 2 et 3 des simulations ont également un module pour le traçage de particules. Ce module prend, à chaque pas de temps, le champ de vitesse précédemment calculé avec le module d'écoulement et calcule le déplacement des particules en conséquence. À l'état initial, les particules se situent sur le cercle de rayon 0,008 m, à l'intérieur du tuyau d'injection, et au début du

Tableau 1. Paramètres utilisés pour les simulations de cycles d'injection-pompage.

Simulation	q_0 (m/s)	Q_i (m ³ /s/m)	t_i (s)	Q_p (m ³ /s/m)	t_p (s)	Δ (m ²)
1	2,25.10 ⁻⁴	1.10 ⁻⁵	689	1,178.10 ⁻³	386	-3,99.10 ⁻²
2	5.10 ⁻⁵	1.10 ⁻⁵	2708	2,618.10 ⁻⁴	1738	-3,90.10 ⁻²
3	1.10 ⁻⁵	1.10 ⁻⁵	9036	5,236.10 ⁻⁵	8690	-1,47.10 ⁻²
4	5.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁵	13163	2,618.10 ⁻⁵	17380	6,13.10 ⁻²
5	1.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁵	21514	5,236.10 ⁻⁶	86900	2,49
6	5.10 ⁻⁷	1.10 ⁻⁵	23488	2,618.10 ⁻⁶	173800	10,1
7	1.10 ⁻⁷	1.10 ⁻⁵	25388	5,236.10 ⁻⁷	869000	2,53.10 ²
8	1.10 ⁻⁸	1.10 ⁻⁵	25864	5,236.10 ⁻⁸	8690000	2,53.10 ⁴
9	1.10 ⁻³	1.10 ⁻⁵	162	5,236.10 ⁻³	86,9	-4,00.10 ⁻²
10	1.10 ⁻⁴	1.10 ⁻⁶	1620	5,236.10 ⁻⁴	869	-4,00.10 ⁻²
11	1.10 ⁻⁵	1.10 ⁻⁶	14673	5,236.10 ⁻⁵	8690	-3,97.10 ⁻²
12	1.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁶	90363	5,236.10 ⁻⁶	86900	-1,47.10 ⁻²
13	1.10 ⁻⁷	1.10 ⁻⁶	215138	5,236.10 ⁻⁷	869000	2,49
14	1.10 ⁻⁸	1.10 ⁻⁶	253878	5,236.10 ⁻⁸	8690000	2,53.10 ²
15	1.10 ⁻⁴	1.10 ⁻⁷	1646	5,236.10 ⁻⁴	869	-4,00.10 ⁻²
16	1.10 ⁻⁵	1.10 ⁻⁷	16198	5,236.10 ⁻⁵	8690	-4,00.10 ⁻²
17	1.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁷	146730	5,236.10 ⁻⁶	86900	-3,97.10 ⁻²
18	1.10 ⁻⁷	1.10 ⁻⁷	903632	5,236.10 ⁻⁷	869000	-1,47.10 ⁻²
19	1.10 ⁻⁸	1.10 ⁻⁷	2151378	5,236.10 ⁻⁸	8690000	2,49
20	1.10 ⁻⁹	1.10 ⁻⁷	2538779	5,236.10 ⁻⁹	86900000	2,53.10 ²
21	7,96.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁵	10344	4,167.10 ⁻⁵	10920	0

pompage, les particules sont placées aux positions relevées à la fin de l'injection.

Plusieurs séries de simulations ont été effectuées, afin de faire varier à la fois q_0 et Q_i . Ainsi, pour chaque valeur de Q_i , des simulations avec différentes valeurs de Δ pour l'injection sont effectuées, permettant de tester les trois solutions données par les équations 16, 17 et 19. Ces équations sont en effet comparées aux résultats des simulations numériques, et à l'ancienne méthode (équation 4). Les paramètres utilisés pour les différentes simulations effectuées sont listés dans le tableau 1.

4 RESULTATS

4.1 Erreur relative sur le temps de pompage

Pour chaque cycle d'injection-retrait simulé numériquement, le temps $t_{p,num}$ que met le panache à être entièrement extrait de l'aquifère lors de la phase de pompage est relevé. Ce temps est ensuite comparé à celui calculé avec l'ancienne méthode (équation 4), et à celui calculé avec la nouvelle méthode (équations 16, 17 et 18). Pour le calcul utilisant l'ancienne méthode, l'équation 4 est utilisée pour calculer la position du front de fin d'injection lorsque les paramètres sont les mêmes que pour la simulation correspondante (paramètres figurants dans le tableau 1). Le temps $t_{p,old}$ nécessaire pour que le front de pompage atteigne le front de fin d'injection précédemment calculé est également calculé avec l'équation 4 en configuration de pompage : x est remplacé par $-x$ (Bear et Jacobs, 1965). Pour le calcul utilisant la nouvelle méthode,

le front de fin d'injection est calculé avec l'équation 16, 17 ou 19 en fonction du signe de Δ , avec les paramètres correspondants à la simulation effectuée et référencés dans le tableau 1. Le temps $t_{p,new}$ nécessaire pour que le front de pompage atteigne le front de fin d'injection précédemment calculé est ensuite calculé avec l'équation 16, car le choix de Q_p pour avoir un temps de simulation raisonnable implique $\Delta > 0$. L'erreur relative $Err_{num/old}$ de $t_{p,old}$ par rapport à $t_{p,num}$ ainsi que l'erreur relative $Err_{num/new}$ de $t_{p,new}$ par rapport à $t_{p,num}$ sont calculées avec les formules suivantes :

$$Err_{num/old} = \left| \frac{t_{p,num} - t_{p,old}}{t_{p,num}} \right| \quad [21]$$

$$Err_{num/new} = \left| \frac{t_{p,num} - t_{p,new}}{t_{p,num}} \right| \quad [22]$$

Ces erreurs relatives sont alors tracées en fonction du rapport q_0/Q_i sur la Figure 2. Sur la figure, les carrés correspondent aux erreurs relatives entre l'ancienne méthode (équation 4) et la simulation numérique, et les triangles correspondent aux erreurs relatives entre la nouvelle méthode (équations 16, 17 et 19) et la simulation numérique. Les couleurs correspondent aux différents débits d'injection utilisés.

La Figure 2 montre que la nouvelle méthode est généralement plus précise que l'ancienne. Elle montre également que le gain en précision est important pour les hautes valeurs de q_0/Q_i , où l'erreur relative entre les équations analytiques et la simulation numérique est divisée par deux lorsque l'on utilise la nouvelle méthode

par rapport à l'ancienne. Ce résultat est en accord avec l'étude des nouvelles équations faite précédemment.

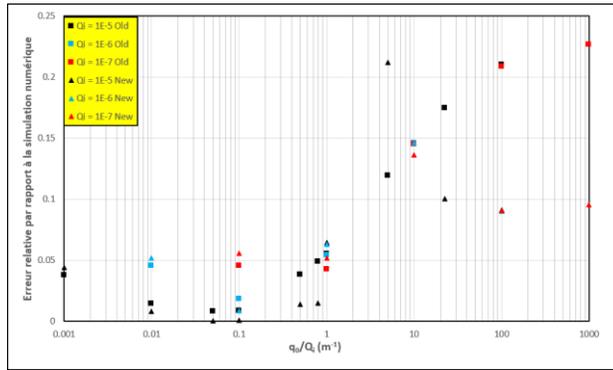


Figure 2. Erreurs relatives par rapport à la simulation numérique de l'ancienne méthode et de la nouvelle sur le calcul du temps de pompage, en fonction du rapport q_0/Q_i . Les valeurs données pour Q_i dans la légende sont en $m^3/s/m$. Une erreur relative de 0.1 correspond à un pourcentage d'erreur de 10%.

4.2 Plage d'applicabilité de l'équation 17

Il est important de préciser que pour les simulations 3, 12 et 18, c'est l'équation 17 qui est utilisée pour calculer le front de fin d'injection bien que $\Delta < 0$ dans ces cas-là. En effet, après avoir constaté une grosse erreur entre $t_{p,num}$ et $t_{p,new}$ en utilisant l'équation 19, il est remarqué que Δ est certes négatif, mais proche de 0. Une autre série de simulations est alors menée pour déterminer la gamme d'applicabilité de l'équation 17. Le but de cette série est de faire varier Δ des valeurs négatives en se rapprochant de zéro. Pour cette série de simulations, seule la phase d'injection est utilisée et Q_i est fixé à $10^{-5} m^3/s/m$. C'est donc q_0 qui est utilisé pour faire varier Δ . Le temps d'injection est toujours calculé de manière à ce que l'équation 4 prédise un front d'injection atteignant l'abscisse $x = 0,5 m$ à la fin de celle-ci. Les paramètres utilisés pour ces nouvelles simulations sont référencés dans le tableau 2.

Tableau 2. Paramètres utilisés pour les simulations d'injection pour des valeurs de Δ négatives et proches de $0 m^2$. Q_i est fixé à $10^{-5} m^3/s/m$.

Simulation	q_0 (m/s)	t_i (s)	Δ (m^2)
22	1.10^{-5}	9036	$-1,47.10^{-2}$
23	2.10^{-5}	5643	$-3,37.10^{-2}$
24	3.10^{-5}	4132	$-3,72.10^{-2}$
25	4.10^{-5}	3269	$-3,84.10^{-2}$
26	5.10^{-5}	2708	$-3,90.10^{-2}$
27	6.10^{-5}	2314	$-3,93.10^{-2}$
28	$4,5.10^{-5}$	2962	$-3,87.10^{-2}$

Pour cette série de simulations, c'est la position du front de fin d'injection qui sert de point de comparaison. Les

fronts de fin d'injection calculés par simulation numérique, avec l'équation 17 et avec l'équation 19 sont notés respectivement $x_{i,num}$, $x_{i,\Delta=0}$ et $x_{i,\Delta<0}$. L'erreur relative sur le front de fin d'injection de l'équation 17 par rapport à la simulation numérique, et celle de l'équation 19 par rapport à la simulation numérique, sont calculées de la manière suivante :

$$Err_{num/\Delta=0} = \left| \frac{x_{i,num} - x_{i,\Delta=0}}{x_{i,num}} \right| \quad [23]$$

$$Err_{num/\Delta<0} = \left| \frac{x_{i,num} - x_{i,\Delta<0}}{x_{i,num}} \right| \quad [24]$$

Ces erreurs sont tracées en fonction du rapport q_0/Q_i sur la Figure 3. Le point d'intersection entre les deux courbes correspond à environ $\Delta = -3,87.10^{-2} m^2$. Cela signifie que pour $0 \geq \Delta \geq -3,87.10^{-2} m^2$, c'est l'équation 17 qui est plus précise, et que pour $\Delta \leq -3,87.10^{-2} m^2$, c'est l'équation 19 qu'il faut appliquer. Ainsi, l'équation 17 n'est pas qu'un cas purement hypothétique pour lequel Δ doit être strictement nul, mais bien un cas possédant une plage de valeurs de Δ pour laquelle il faut l'appliquer.

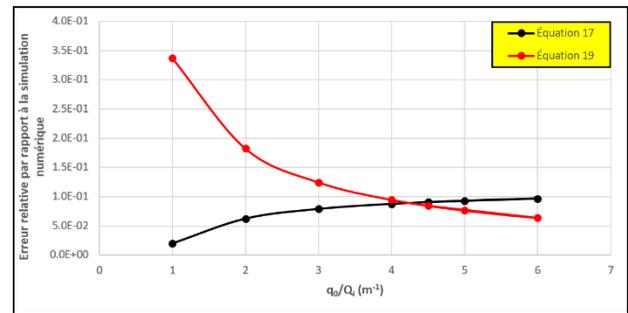


Figure 3. Erreurs relatives par rapport à la simulation numérique des équations 17 (cas où $\Delta = 0$) et 19 (cas où $\Delta < 0$) par rapport au calcul du front de fin d'injection. Les simulations prises en compte sont celles référencées dans le tableau 2. Une erreur relative de 0,1 correspond à un pourcentage d'erreur de 10%.

5 DISCUSSION ET RECOMMANDATIONS

Une nouvelle solution analytique a été développée pour déterminer le champ de vitesse et l'avancée du front d'injection ou de pompage lors d'un essai de traceur de type injection-retrait. Cette nouvelle solution prend en compte la déformation de l'écoulement régional rectiligne uniforme par la présence du puits utilisé pour réaliser l'essai d'injection-retrait, alors que la solution de Bear et Jacobs (1965) n'en tient pas compte et devient imprécise. Le développement analytique des équations a montré que le front d'injection se propageait selon trois lois différentes, dépendant d'un paramètre Δ (équation 13). Un Δ positif signifie que la vitesse de sortie du puits due à l'injection est plus grande que la vitesse d'écoulement dans le puits au repos, tandis qu'un Δ négatif correspond à la situation inverse. Le cas frontière pour lequel Δ est nul correspond au cas où la vitesse de sortie du puits due à l'injection est

égale à la vitesse dans le puits au repos, et donc au cas où, en cours d'injection, le point de stagnation (point où la vitesse d'écoulement est nulle) se situe à l'extrémité amont du puits, au point $(-a, 0)$.

La nouvelle solution analytique a ensuite été analysée et comparée à des simulations numériques d'essais d'injection-retrait et à l'ancienne solution. Les résultats ont montré que la nouvelle solution analytique est plus proche des simulations numériques que l'ancienne, notamment quand le rapport q_0/Q_i est élevé, que l'on reste au voisinage du puits et que le rayon de celui-ci est grand. Une série de simulations a également permis de montrer que l'équation 17 correspondant à un Δ nul s'applique sur une certaine plage de valeurs de Δ , et non pas dans un cas purement hypothétique où il doit être strictement égal à zéro.

Les simulations numériques effectuées supposent un aquifère parfaitement homogène et isotrope en conductivité hydraulique et en porosité. Il serait intéressant de tester les nouvelles équations sur le terrain ou en laboratoire afin de vérifier leur applicabilité. En effet, il serait intéressant de valider que le gain en précision donné par ces nouvelles équations ne soit pas annulé par la marge d'erreur engendrée par les hétérogénéités rencontrées dans un aquifère réel. Des essais d'injection-retrait à micro-débits comme ceux réalisés par Knecht et al. (2011, 2014) permettraient par exemple de réaliser des essais en laboratoire avec un rapport q_0/Q_i élevé pour valider le gain important en précision dans ce cas. Les simulations supposent également un puits parfait, or l'installation d'un puits peut créer une redistribution des grains ainsi que des fissures dans l'aquifère à proximité du puits, pouvant venir renforcer les hétérogénéités initialement présentes dans le sol ou le roc.

Cette étude offre la possibilité de développer davantage de nouvelles équations en enlevant l'hypothèse simplificatrice d'un écoulement au repos rectiligne uniforme. Il est en effet possible, par exemple, de complexifier le problème en prenant en compte le massif filtrant et les fentes de la crépine qui ont une conductivité hydraulique finie mais différentes de celle de l'aquifère. Cette différence de distribution de conductivité hydraulique autour du puits vient renforcer la distorsion des lignes d'écoulement par la présence du puits. Il peut être également intéressant de réétudier les analyses se servant de la méthode de Bear et Jacobs (1965) en exploitant les nouvelles équations, notamment dans les cas où les nouvelles équations diffèrent beaucoup des anciennes.

6 REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient le CRSNG pour sa subvention qui a facilité cette étude.

7 REFERENCES

Bear, J. et Jacobs, M. 1965. On the movement of water bodies injected into aquifers, *Journal of Hydrology*, 3: 37-57.

- Bélisle, M. 2013. Influence de l'injection d'un traceur sur les courbes de restitution en écoulement naturel, *mémoire de maîtrise*, Dép. des génies civil, géologique et des mines, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC, Canada. [En ligne]. Disponible : <https://publications.polymtl.ca/1190/>
- Hall, S., Luttrell, S. et Cronin, W. 1991. A method for estimating effective porosity and groundwater velocity, *Ground Water*, 29(2): 171-174.
- Houben, G.J. et Hauschild, S. 2011. Numerical modeling of the near-field hydraulics of water wells, *Ground Water*, 49(4): 570-575.
- Kim, H.-H., Koh, E.-H., Lee, S.-S. et Lee, K.-K. 2019. Biased estimation of groundwater velocity from a push-pull tracer test due to plume density and pumping rate, *Water*, 11, n°. 1558.
- Knecht, K., Schroth, M.H., Schulin, R. et Nowack, B. 2011. Development and evaluation of micro push-pull tests to investigate micro-scale processes in porous media, *Environmental Science & Technology*, 45: 6460-6467.
- Knecht, K., Nowack, B., Schroth, M.H., Suter, M.J.-F. et Schulin, R. 2014. Investigation of small-scale processes in the rhizosphere of *Lupinus albus* using micro push-pull tests, *Plant Soil*, 378: 309-324.
- Kuo, C.-H., Song, S.-R., Rose, P. et Liu, C.-M. 2018. Reactive tracer experiment in a low temperature geothermal field, Yilan, Taiwan, *Geothermics*, 74: 298-304.
- Li, X., Wen, Z., Zhan, H. et Zhu, Q. 2019. Skin effect on single-well push-pull tests with the presence of regional groundwater flow, *Journal of Hydrology*, 577, n°. 123931.
- Paradis, C.J., McKay, L.D., Perfect, E., Istok, J.D. et Hazen, T.C. 2018. Push-pull tests for estimating effective porosity: expanded analytical solution and in situ application, *Hydrogeology Journal*, 26: 381-393.
- Wang, Q. et Zhan, H. 2019. Reactive transport with wellbore storages in a single-well push-pull test, *Hydrology and Earth System Sciences*, 23: 2207-2223.
- Wheatcraft, S.W. et Winterberg, F. 1985. Steady state flow passing through a cylinder of permeability different from the surrounding medium, *Water Resources Research*, 21(12): 1923-1929.